

Simulation numérique des transferts thermiques entre une cavité enterrée et le sol : méthode des fonctions de transfert bidimensionnelles et sous-structuration

Souad Amjad, Abdelhalim Abdelbaki, Zaki Zrikem *

Laboratoire de mécanique des fluides et d'énergétique, faculté des sciences Semlalia, département de physique, BP S-15, Marrakech, Maroc

(Reçu le 12 mai 1998, accepté le 21 avril 1999)

Abstract — Numerical simulation of heat transfer between an earth-sheltered cavity and the soil: two-dimensional transfer functions method and subdivision. This paper describes the use of the two-dimensional transfer functions method for predicting the heat transfer between an earth-sheltered cavity and the surrounding ground. This method is first, applied for the generation of the transfer function coefficients for the system formed by the whole "earth-sheltered cavity-soil". Then, the latter is decomposed into different layers. Each layer is characterised by its inputs and outputs and by its appropriate transfer functions coefficients. This technique allows a significant reduction in the computation time required to generate the transfer function coefficients of the cavity coupled to the soil. These methods are tested by comparing their results with those of the alternative directions implicit method (ADI) for various situations. The influence of parameters that have large effects on heat transfer such as the cavity depth, the thermal insulation, the nature and the thickness of the cavity walls are studied in typical climates. © 1999 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

simulation / earth-sheltered cavity / soil / thermal coupling / transfer functions / multi-layers transfer functions / ADI / thermal building

Résumé — Dans cette étude, la méthode des fonctions de transfert bidimensionnelles est adaptée pour le calcul des échanges de chaleur entre les cavités complètement enterrées et le sol. Cette méthode est exploitée de deux manières différentes. D'abord, elle est utilisée pour la génération des coefficients de la fonction de transfert du système formé par l'ensemble « cavité enterrée-sol ». Ensuite, elle est adaptée au cas où le système est constitué par un empilement de sous-systèmes caractérisés chacun par ses entrées, ses sorties et ses coefficients de la fonction de transfert. Cette procédure permet de réduire considérablement le temps de calcul nécessaire pour la génération des coefficients de la fonction de transfert du système étudié. La validation de ces méthodes est obtenue par la comparaison de leurs résultats à ceux de la méthode implicite aux directions alternées (ADI), et ce pour différentes situations. Les effets de la profondeur de la cavité, de l'isolation, de la nature et des épaisseurs de ses parois sur le transfert de chaleur sont étudiés dans deux climats typiques. © 1999 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

simulation / cavité enterrée / sol / couplage thermique / fonctions de transfert / fonctions de transfert multicouches / ADI / thermique du bâtiment

Nomenclature

<i>a</i>	demi-largeur du plafond et du plancher
<i>A</i>	matrice d'état
<i>b</i>	profondeur du plafond
<i>B</i>	matrice de commande
<i>c</i>	profondeur du plancher
<i>C</i>	matrice d'observation
<i>d</i>	profondeur de la nappe phréatique
<i>D</i>	matrice

<i>e_j</i>	coefficients de la fonction de transfert	
<i>e_m</i>	épaisseur du mur	m
<i>e_p</i>	épaisseur du plancher	m
<i>e_t</i>	épaisseur du plafond	m
<i>h</i>	coefficients d'échange global	W·m ⁻² ·K ⁻¹
<i>H_m</i>	hauteur du mur	m
<i>L</i>	demi-largeur de la région du sol perturbée	m
<i>m</i>	nombre d'entrées	
<i>n</i>	nombre de noeuds	
<i>p</i>	nombre de sorties	
<i>S</i>	coefficients de la fonction de transfert	
<i>T</i>	température	°C
<i>U</i>	entrée	°C

* Correspondance et tirés à part.
abdelbaki@ucam.ac.ma

Symboles grecs

α	diffusivité thermique	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
λ	conductivité thermique	$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Δ	pas de temps	s
ϕ	flux de chaleur par unité de longueur . . .	$\text{W} \cdot \text{m}^{-1}$

Indices

i	intérieur
m	mur
p	plancher
s	sol
t	toit
w	nappe phréatique

Sigles

ADI	méthode implicite aux directions alternées
FT	méthode des fonctions de transfert
FTM	méthode des fonctions de transfert multicouches

1. INTRODUCTION

L'estimation des échanges de chaleur entre les structures enterrées et le sol a fait l'objet de nombreuses études. La plupart de ces études sont basées sur des techniques aux différences finies ou aux éléments finis [1–3], qui, à cause de la forte inertie thermique du sol, conduisent à des systèmes d'équations algébriques d'ordres élevés, qui doivent être résolus à chaque itération, ce qui nécessite un temps de calcul prohibitif. Pour pallier cet inconvénient, certains auteurs [4–8] ont utilisé ces méthodes pour établir des corrélations dont la validité reste limitée aux configurations qu'ils ont traitées. À cause de la complexité du modèle mathématique, les solutions analytiques disponibles sont peu nombreuses. La plus connue de ces solutions est celle du profil de température interzone (ITPE) introduite par Krarti et al. [9]. Mais ces solutions sont valables uniquement pour des configurations simples, qui ne tiennent pas compte de la masse thermique des parois de la cellule [9] ou de l'existence d'une nappe phréatique [10]. Les solutions analytiques de Delsante et al. [11] et de Lachenbruch [12] ne sont valables que pour des planchers sur terre-plein. Il en est de même pour la méthode du profil de température superficielle du sol, développée par Achard et al. [13].

Pour contourner ces restrictions, Abdelbaki [14] et Abdelbaki et Zrikem [15] ont utilisé la méthode des fonctions de transfert bidimensionnelles basée sur l'algorithme de Seem [16] pour le calcul des transferts de chaleur à travers des planchers sur terre-plein. Les ré-

sultats de cette méthode sont en bon accord avec ceux obtenus numériquement par la méthode des différences finies, sous sa forme implicite ou analytiquement, en appliquant la technique ITPE étendue au cas d'un plancher massif [14]. Le problème des transferts conductifs entre un plancher sur terre-plein et le sol a été aussi étudié par Mokhtari [17] en utilisant la méthode de l'analyse modale. Dans ses travaux, qui ont porté sur l'application des méthodes de réduction aux singularités thermiques dans les bâtiments, El Biyali [18] a proposé de résoudre le problème en approximant le système « plancher sur terre-plein + sol » par des modèles d'état de dimensions réduites, et ce après avoir exposé différentes techniques de réduction.

Dans ce travail, on se propose d'adapter la méthode des fonctions de transfert bidimensionnelles au calcul des échanges de chaleur entre une cavité enterrée et le sol. Pour les domaines de calcul très larges, une technique efficace, qui permet un gain appréciable en temps de calcul, est proposée. Cette technique, qu'on appelle « méthode des fonctions de transfert multicouches », consiste à découper le système « cavité-sol » en plusieurs couches et de générer séparément les coefficients de la fonction de transfert pour chacune des couches. Pour confirmer la validation de ces méthodes, ainsi que celle des programmes de calcul développés, la configuration « cavité-sol » considérée est traitée par la méthode des différences finies ADI. Les résultats des trois procédures sont confrontés dans deux climats typiques et pour différentes valeurs des paramètres influant sur le transfert thermique entre la cavité et le sol. Les effets de ces paramètres sont également étudiés.

2. MODÈLE MATHÉMATIQUE

La configuration bidimensionnelle étudiée est représentée sur la *figure 1*. Il s'agit d'une cavité enterrée ayant un plafond d'épaisseur e_t situé à une profondeur b au-dessous de la surface du sol, un plancher bas d'épaisseur e_p , de largeur $2a$, à la profondeur c , et un mur de hauteur H_m et d'épaisseur e_m . À la profondeur d au-dessous de la surface du sol, on suppose l'existence d'une nappe phréatique à la température T_w . La distance qui délimite la région du sol perturbée par le local est comprise entre $-L$ et L . La température superficielle du sol est $T_l(t)$ et celle de l'air intérieur du local est $T_i(t)$. Les échanges de chaleur entre les surfaces du plancher, du mur et du toit d'une part et l'intérieur du local d'autre part sont exprimés respectivement à l'aide des coefficients d'échanges globaux h_p , h_m et h_t .

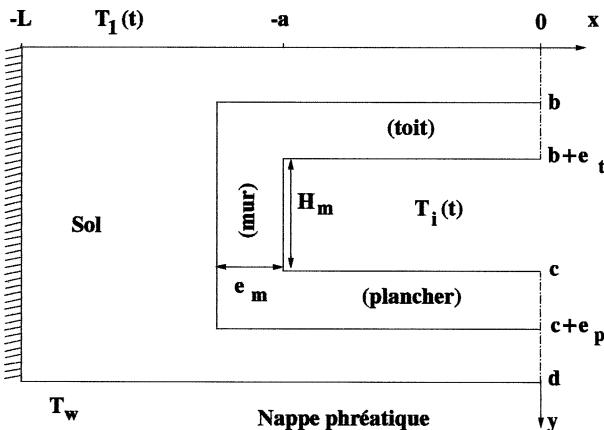


Figure 1. Configuration étudiée.

Figure 1. The studied configuration.

En tenant compte de la symétrie du problème, on ne considère que la moitié du domaine. L'équation gouvernant la conduction dans le toit, le plancher, le mur et le sol est donnée par :

$$\frac{\partial^2 T_k}{\partial x^2}(x, y, t) + \frac{\partial^2 T_k}{\partial y^2}(x, y, t) = \frac{1}{\alpha_k} \frac{\partial T_k}{\partial t}(x, y, t) \quad (1)$$

où α_k est la diffusivité thermique du milieu considéré.
Les conditions aux limites du problème sont :

$$T_s(x, 0, t) = T_1(t) \quad \text{et} \quad T_s(x, d, t) = T_w$$

pour $-L \leq x \leq 0$

$$\lambda_t \frac{\partial T_t}{\partial y}(x, y, t) \Big|_{y=b+e_t} = h_t(T_t(x, b + e_t, t) - T_i(t))$$

pour $-a \leq x \leq 0$

$$\lambda_m \frac{\partial T_m}{\partial x}(x, y, t) \bigg|_{x=-a} = h_m(T_m(-a, y, t) - T_i(t))$$

pour $b + e_t \leq y \leq c$

$$\lambda_p \frac{\partial T_p}{\partial y}(x, y, t) \bigg|_{y=c} = h_p(T_p(x, c, t) - T_i(t))$$

pour $-a < x < 0$

$$T_t(x, b, t) \equiv T_s(x, b, t) \quad \text{et} \quad T_p(x, c \pm e_p, t)$$

$$= T_s(x, c \pm e_p, t)$$

pour $-(a + e_m) \leq x \leq 0$

$$T(-(a+e_m), v, t) = T(-(a+e_m), v, t)$$

pour $b \leq v \leq b + a$

$$T(-(a + e_{\alpha})) \cdot v(t) = T(-(a + e_{\alpha})) \cdot v(t)$$

pour $a \leq n \leq a + s$

$$\begin{aligned}
T_m(-(a + e_m), y, t) &= T_s(-(a + e_m), y, t) \\
\text{pour } b + e_t \leq y \leq c \\
\frac{\partial T_s}{\partial x}(x, y, t) \Big|_{x=-L} &= 0 \quad \text{pour } 0 \leq y \leq d \\
\frac{\partial T_k}{\partial x}(x, y, t) \Big|_{x=0} &= 0 \\
\text{pour } 0 \leq y \leq b + e_t \text{ et } c \leq y \leq d \\
\lambda_m \frac{\partial T_m}{\partial x}(x, y, t) \Big|_{x=-(a + e_m)} &= \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial x}(x, y, t) \Big|_{x=-(a + e_m)} \\
\text{pour } b + e_t \leq y \leq c \\
\lambda_t \frac{\partial T_t}{\partial y}(x, y, t) \Big|_{y=b} &= \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial y}(x, y, t) \Big|_{y=b} \\
\text{pour } -(a + e_m) \leq x \leq 0 \\
\lambda_t \frac{\partial T_t}{\partial x}(x, y, t) \Big|_{x=-(a + e_m)} &= \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial x}(x, y, t) \Big|_{x=-(a + e_m)} \\
\text{pour } b \leq y \leq b + e_t \\
\lambda_p \frac{\partial T_p}{\partial y}(x, y, t) \Big|_{y=c+e_p} &= \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial y}(x, y, t) \Big|_{y=c+e_p} \\
\text{pour } -(a + e_m) \leq x \leq 0 \\
\lambda_p \frac{\partial T_p}{\partial x}(x, y, t) \Big|_{x=-(a + e_m)} &= \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial x}(x, y, t) \Big|_{x=-(a + e_m)} \\
\text{pour } c \leq y \leq c + e_p
\end{aligned}$$

où λ_p , λ_m , λ_t et λ_s sont respectivement les conductivités thermiques du plancher, du mur, du toit et du sol.

3. MÉTHODES DE RÉSOLUTION

3.1. Méthode des fonctions de transfert bidimensionnelles (FT)

Le système « bâtiment enterré-sol » étudié est représenté dans l'espace d'état par les relations matricielles suivantes :

$$\begin{cases} \frac{d[T]}{dt} = [A][T] + [B][U] \\ [\varphi] = [C][T] + [D][U] \end{cases} \quad (2)$$

où $[T]$ est le vecteur d'état, dont les composantes sont les températures aux différents nœuds de la discréétisation spatiale. Le vecteur $[U]$ représente les entrées du système (où excitations thermiques), qui sont la température superficielle du sol $T_1(t)$ discréétisée, celle de la nappe

phréatique (T_w) et la température des nœuds situés sur les surfaces des différentes parois du bâtiment (mur, toit et plancher). Les densités du flux de chaleur en ces nœuds sont les sorties du système (composantes du vecteur $[\varphi]$). $[A]$, $[B]$, $[C]$ et $[D]$ sont des matrices à coefficients constants et sont utilisées dans l'algorithme de Seem [16] pour le calcul des coefficients de la fonction de transfert du système étudié.

Dans le domaine de Laplace, la solution de l'équation d'entrée du système (2) s'écrit :

$$[T]_{t+\Delta} = [\Phi][T]_t + ([G_1] - [G_2])[U]_t + [G_2][U]_{t+\Delta} \quad (3)$$

avec :

$$\begin{aligned} [\Phi] &= e^{[A]\Delta} \\ [G_1] &= [A]^{-1}([\Phi] - [I])[B] \\ [G_2] &= [A]^{-1}\left(\frac{[G_1]}{\Delta} - [B]\right) \end{aligned}$$

Par suite, la transformée de Laplace de l'équation de sortie du système 2 peut s'écrire sous la forme suivante :

$$[\varphi]_t = \{[C]([F][I] - [\Phi])^{-1}([F][G_2] + [G_1] - [G_2]) + [D]\}[U]_t \quad (4)$$

où $[F]$ est l'opérateur de transition défini par :

$$[T]_{t+\Delta} = [F][T]_t$$

L'inverse de la matrice $([F][I] - [\Phi])^{-1}$ est obtenu en utilisant l'algorithme de Leverrier [19]

$$\begin{aligned} ([F][I] - [\Phi])^{-1} &= \\ \frac{[R_0][F]^{n-1} + [R_1][F]^{n-2} + \cdots + [R_{n-2}][F] + [R_{n-1}]}{[F]^n + e_1[F]^{n-1} + \cdots + e_n} \end{aligned} \quad (5)$$

avec :

$$\begin{aligned} [R_0] &= [I], & e_1 &= -\text{Trace}([\Phi][R_0]) \\ [R_1] &= [\Phi][R_0] + e_1[I], & e_2 &= -\frac{\text{Trace}([\Phi][R_1])}{2} \\ [R_2] &= [\Phi][R_1] + e_2[I], & e_3 &= -\frac{\text{Trace}([\Phi][R_2])}{3} \\ &\vdots & &\vdots \\ [R_{n-1}] &= [\Phi][R_{n-2}] & & \\ &+ e_{n-1}[I], & e_n &= -\frac{\text{Trace}([\Phi][R_{n-1}])}{n} \end{aligned}$$

En substituant l'équation (5) dans l'équation (4) et après mise en facteur, les sorties du système à l'instant t peuvent s'écrire sous la forme condensée suivante :

$$[\varphi]_t = \sum_{j=0}^n [S_j][U]_{t-j\Delta} - \sum_{j=1}^n e_j[\varphi]_{t-j\Delta} \quad (6)$$

avec :

$$[S_0] = [C][R_0][G_2] + [D]$$

$$[S_j] = [C]\{[R_{j-1}]\([G_1] - [G_2]\) + [R_j][G_2]\} + e_j[D]$$

pour $1 \leq j \leq n-1$

$$[S_n] = [C][R_{n-1}]\([G_1] - [G_2]\) + e_n[D]$$

C'est une équation qui lie la sortie à l'instant t à l'entrée au même instant et aux entrées et sorties aux instants précédents. Les constantes scalaires e_j et les matrices à coefficients constants $[S_j]$ sont les coefficients de la fonction de transfert du système, qui caractérisent son comportement en régime dynamique.

La composante d'ordre k ($1 \leq k \leq p$) est donnée par :

$$\varphi_k(t) = \sum_{j=0}^n \sum_{i=1}^m S_{k,i}^j U_i(t - j\Delta) - \sum_{j=1}^n e_j \varphi_k(t - j\Delta) \quad (7)$$

où Δ est la cadence d'échantillonnage et m et p représentent respectivement les nombres d'entrées et de sorties du système.

3.2. Méthode des fonctions de transfert multicouches (FTM)

Cette technique a été développée pour l'évaluation des échanges de chaleur à travers des systèmes « bâtiment-sol » de domaine de calcul large. En effet, le nombre de nœuds choisis dans la discréétisation spatiale croît avec les dimensions du système traité, ce qui complique le calcul de l'exponentielle d'une matrice lors de la génération des coefficients de la fonction de transfert de ce système.

La figure 2 montre que le système « bâtiment enterré-sol » est découpé en N_c couches, dont les propriétés thermophysiques peuvent être différentes. Chaque couche n représente un sous-système, caractérisé par ses entrées, ses sorties et ses coefficients de la fonction de transfert. Ceux-ci sont générés séparément en utilisant l'algorithme de Seem [16]. Les entrées et les sorties de chaque sous-système sont respectivement les températures et les densités du flux aux différents nœuds situés sur ses faces

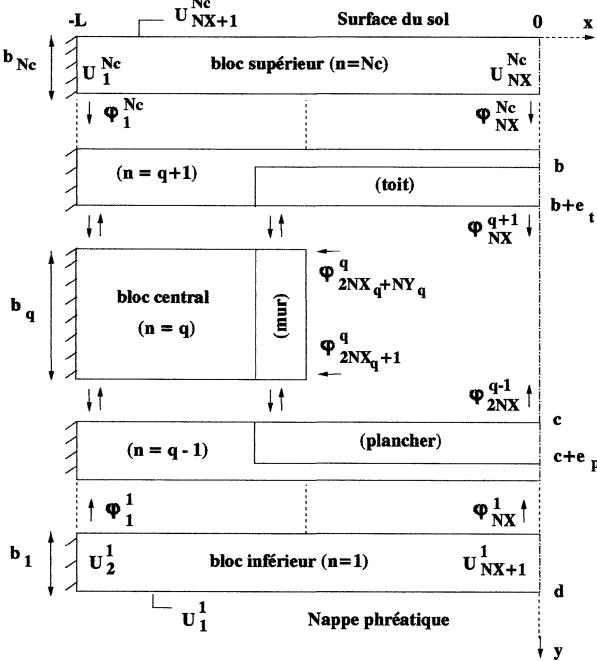


Figure 2. Décomposition du système «bâtiment enterré-sol» en plusieurs couches.

Figure 2. Decomposition of the system “earth-sheltered building-soil” into different layers.

inférieure et supérieure. Ainsi, la densité du flux de chaleur au nœud k s'exprime par :

$$\varphi_k^n(t) = \sum_{j=0}^{N_n} \sum_{i=1}^{m_n} S_{k,i}^{j,n} U_i^n(t - j\Delta) - \sum_{j=1}^{N_n} e_j^n \varphi_k^n(t - j\Delta) \quad (8)$$

où $S_{k,i}^{j,n}$ est le coefficient de la fonction de transfert (CFT) correspondant à la couche n , à la sortie k , à l'entrée i et au pas de temps $t - j\Delta$. e_j^n est le CFT correspondant à la couche n et au pas de temps $t - j\Delta$.

La continuité de la température et du flux de chaleur au nœud k (exprimé par l'équation (8)) situé à l'interface entre deux couches adjacentes n et $n-1$ ($2 \leq n \leq q$ et $q+1 \leq n \leq N_c$) (figure 2) s'exprime par :

$$\begin{cases} U_k^n = U_{k+1}^{n-1} & \text{et } \varphi_k^n(t) = \varphi_k^{n-1}(t) & \text{si } n = 2 \\ U_k^n = U_{NX+k}^{n-1} & \text{et } \varphi_k^n(t) = \varphi_{NX+k}^{n-1}(t) & \text{si } n > 2 \end{cases} \quad (9)$$

et

$$U_{NX_q+k}^q = U_k^{q+1} \quad \text{et} \quad \varphi_{NX_q+k}^q(t) = \varphi_k^{q+1}(t) \quad (10)$$

Si le nœud k est situé à la surface du plancher, du mur ou du toit, les densités du flux de chaleur sont données

respectivement par :

$$\begin{cases} \varphi_{NX+NX_q+k}^{q-1}(t) = h_p(T_i(t) - U_{NX+NX_q+k}^{q-1}(t)) \\ 1 \leq k \leq NX_3 \\ \varphi_{2NX_q+k}^q(t) = h_m(T_i(t) - U_{2NX_q+k}^q(t)) \\ 1 \leq k \leq NY_q \\ \varphi_{NX_q+k}^{q+1}(t) = h_t(T_i(t) - U_{NX_q+k}^{q+1}(t)) \\ 1 \leq k \leq NX_3 \end{cases} \quad (11)$$

où NX_3 et NY_q sont les nombres de nœuds situés respectivement sur les surfaces du plancher (ou du toit) et du mur. NX_q est le nombre total de nœuds selon la direction x de la couche q .

Les équations (9) à (11) conduisent à un système d'équations algébriques dont les inconnues sont les températures des différents nœuds situés aux interfaces des différentes couches adjacentes et sur les surfaces du plancher, du mur et du toit. Ce système est résolu en utilisant la méthode itérative de Gauss-Seidel.

4. RÉSULTATS

Les résultats présentés ici sont obtenus pour deux types de climats : un climat chaud, caractérisé par $T_i(t) = 20 + 7 \cos \omega t$ (°C), où ω est la fréquence angulaire du cycle annuel, $\omega = 1,992 \cdot 10^{-7}$ rad·s⁻¹, $T_w = 20$ °C et $d = 13$ m, et un climat froid, caractérisé par $T_i(t) = 8 + 7 \cos \omega t$ (°C), $T_w = 10$ °C et $d = 6$ m. Pour les deux types de climats, la température intérieure du bâtiment $T_i(t)$ est prise égale à 20 °C et ses propriétés géométriques sont : $a = 3$ m, $b = 0,6$ m, $c = 4$ m, $H_m = 3$ m, $e_p = e_m = e_t = 0,4$ m et $L = 9$ m. Le coefficient d'échange global h est pris égal à 8,30 W·m⁻²·K⁻¹ si les parois du bâtiment sont dépourvues d'isolant [20] et à 0,41 W·m⁻²·K⁻¹ si elles sont isolées par une couche de polystyrène d'épaisseur 7,5 cm et de conductivité thermique $\lambda_i = 0,032$ W·m⁻¹·K⁻¹. La conductivité et la diffusivité thermiques du sol sont $\lambda_s = 1$ W·m⁻¹·K⁻¹ et $\alpha_s = 6,45 \cdot 10^{-7}$ m²·s⁻¹.

Afin de réaliser un compromis entre le temps de calcul et la précision, une étude d'optimisation a été faite sur l'influence des pas d'espace et de temps utilisés dans la simulation. Ainsi, pour la méthode des fonctions de transfert, cette étude a conduit au choix d'un pas de temps $\Delta = 864\,000$ s et d'un pas d'espace variant de 0,05 à 1 m, ce qui correspond à un maillage de 17×8 nœuds lorsque la méthode de sous-structuration est utilisée et de 17×22 nœuds dans le cas contraire. En revanche, pour la méthode ADI, le pas de temps utilisé est de 86 400 s et le

pas d'espace varie entre 0,025 et 1 m, ce qui correspond à des maillages de 39×47 pour le climat froid et de 39×51 pour le climat chaud.

4.1. Validation de la méthode des fonctions de transfert

Pour $\lambda_t = \lambda_m = \lambda_p = \lambda = 1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, la figure 3 représente les variations annuelles du flux moyen mensuel perdu par une cellule non isolée (figure 3a) ou fortement isolée (figure 3b). Ces flux sont calculés par les méthodes FT et ADI et par la technique des fonctions de transfert multicouches FTM (technique de sous-structuration) en subdivisant le système en 3 couches (d'épaisseurs $b_1 = 1 \text{ m}$, $b_2 = 3 \text{ m}$ et $b_3 = 2 \text{ m}$) ou en 4 couches (d'épaisseurs $b_1 = 0,6 \text{ m}$, $b_2 = 0,4 \text{ m}$, $b_3 = 3 \text{ m}$ et $b_4 = 2 \text{ m}$). On peut constater qu'il y a une très bonne concordance entre les résultats issus des 3 mé-

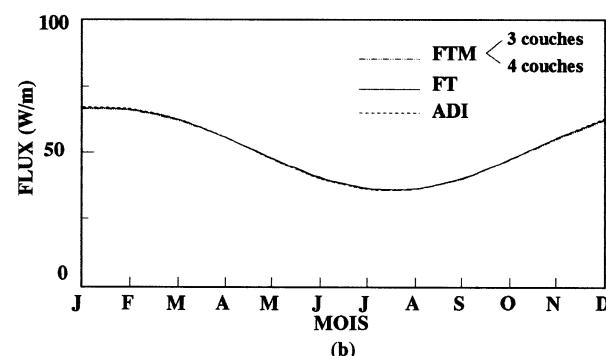
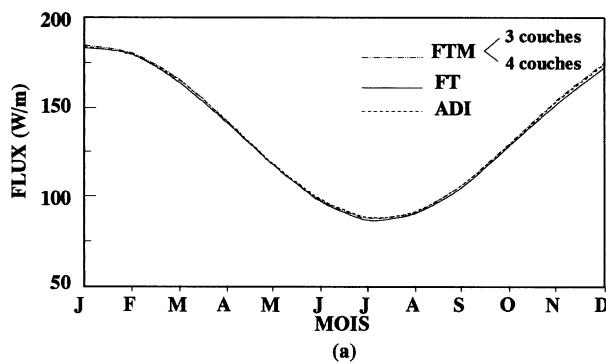


Figure 3. Comparaison des flux moyens mensuels calculés en climat froid par les méthodes FT, FTM et ADI. a. $h = 8,30 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. b. $h = 0,41 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

Figure 3. Comparison of the total heat flux computed in a cold climate by FT, FTM and ADI methods. a. $h = 8.30 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. b. $h = 0.41 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

thodes. En effet, l'écart relatif entre les différents résultats ne dépasse pas 2 %.

La figure 4 représente les variations annuelles du flux moyen mensuel échangé entre une cavité enterrée et le sol pour $\lambda = 1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et $\alpha = 6,45 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ en climat chaud. Ces flux sont calculés par la méthode FTM, en subdivisant le système « bâtiment enterré-sol » en 3 couches (d'épaisseurs $b_1 = 1 \text{ m}$, $b_2 = 3 \text{ m}$ et $b_3 = 9 \text{ m}$) et en 5 couches (d'épaisseurs $b_1 = 0,6 \text{ m}$, $b_2 = 0,4 \text{ m}$, $b_3 = 3 \text{ m}$, $b_4 = 4 \text{ m}$ et $b_5 = 5 \text{ m}$) pour $h = 8,30 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ (figure 4a) et $h = 0,41 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ (figure 4b). Cette figure montre que les flux obtenus par la méthode des fonctions de transfert multicouches en utilisant les deux décompositions sont en excellent accord avec ceux obtenus par la méthode ADI.

Pour $\lambda = 1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et $h = 8,30 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$, la figure 5 représente les répartitions de température en fonction de la distance x en $y = 1 \text{ m}$ et $y = 4 \text{ m}$; la figure 6 représente les répartitions de température en fonc-

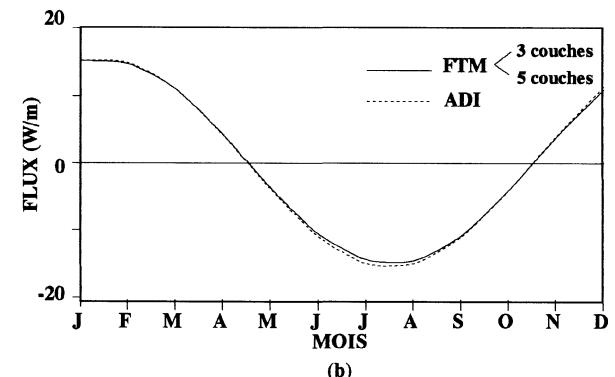
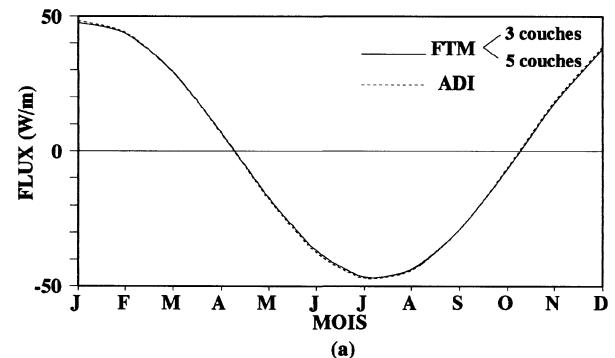
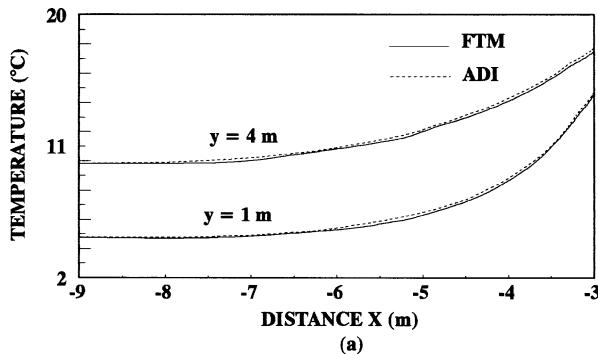
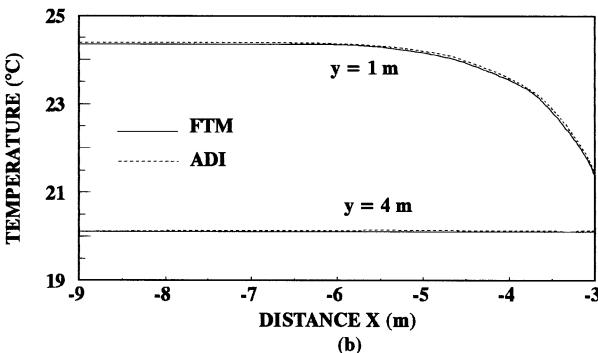


Figure 4. Comparaison des flux moyens mensuels calculés en climat chaud par les méthodes FTM et ADI. a. $h = 8,30 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. b. $h = 0,41 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

Figure 4. Comparison of the total heat flux computed in a hot climate by FTM and ADI methods. a. $h = 8.30 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. b. $h = 0.41 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.



(a)



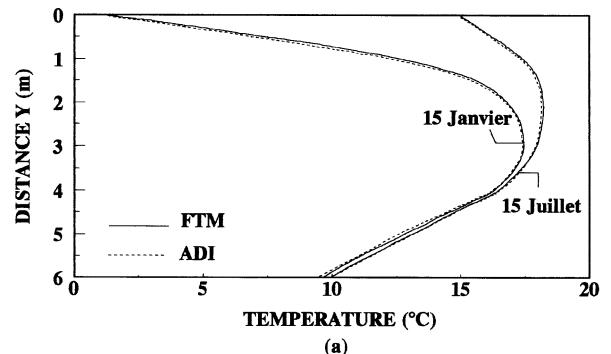
(b)

Figure 5. Profils de température aux différents niveaux. a. Climat froid (15 janvier). b. Climat chaud (15 juillet).

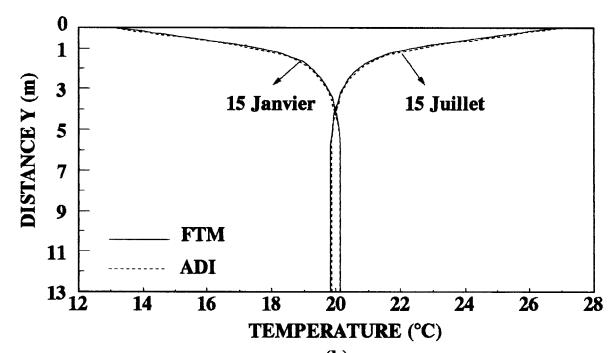
Figure 5. Temperature distributions at various depth below-grade. a. Cold climate (15 January). b. Hot climate (15 July).

tion de la distance y en $x = -3,4$ m. Ces profils de température sont obtenus pour 2 jours caractéristiques : le 15 janvier du climat froid quand la température superficielle du sol $T_1(t)$ est minimale et le 15 juillet du climat chaud quand $T_1(t)$ est maximale. On constate que les résultats obtenus par la méthode des fonctions de transfert multicouches et ceux de la méthode ADI sont en bonne concordance. En effet, la différence relative maximale entre les températures prédictes par les deux méthodes est inférieure à 1 %. Les profils de température montrent que, pour les deux climats, le transfert de chaleur est important au voisinage du bâtiment, présente un caractère bidimensionnel et décroît quand la distance x et/ou y croît. La figure 6 montre qu'en s'éloignant de la cellule, la température devient constante dans le climat chaud et décroît linéairement avec la profondeur dans le cas du climat froid.

L'utilisation de la méthode ADI fait appel au calcul, à chaque pas de temps, de la distribution de température aux différents nœuds obtenus par discrétisation spatiale du système, ce qui n'est pas le cas pour la méthode des fonctions de transfert, qui permet le calcul de la réponse



(a)



(b)

Figure 6. Profils de température en $x = -3,4$ m. a. Climat froid. b. Climat chaud.

Figure 6. Temperature distributions at $x = -3.4$ m. a. Cold climate. b. Hot climate.

du système à des sollicitations thermiques données par un simple produit de convolution faisant intervenir les coefficients de la fonction de transfert. Ainsi, on ne peut comparer exactement les temps de calcul demandés par les deux méthodes. En effet, pour la méthode des fonctions de transfert, l'étape consacrée à la génération des coefficients nécessite un temps de calcul nettement supérieur à celui de la méthode ADI ; mais elle est faite une fois pour toutes et indépendamment des sollicitations thermiques appliquées au système. Une fois les coefficients de la fonction de transfert générés, le calcul du flux de chaleur à partir de l'équation (6) est immédiat. À titre indicatif, le temps nécessaire pour estimer par la méthode ADI la variation annuelle du flux moyen mensuel échangé entre le bâtiment et le sol dans le cas du climat froid est de 37,7 s. En revanche, la simulation du même cas, utilisant les coefficients de la fonction de transfert générés, ne demande que 1,7 s si le système est considéré en entier et 7 s si ce dernier est subdivisé en 3 couches par la technique de sous-structuration. Quant à la génération de ces coefficients, elle nécessite un temps de calcul de 59 min si le système est considéré en entier. Ce temps de calcul

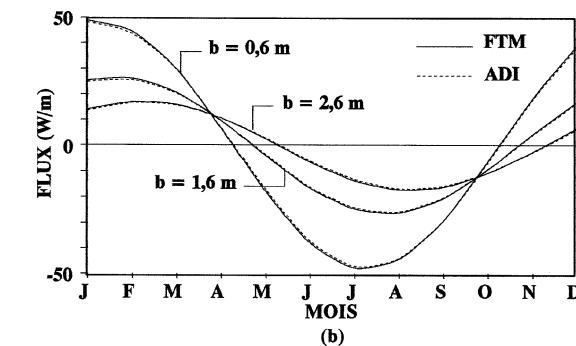
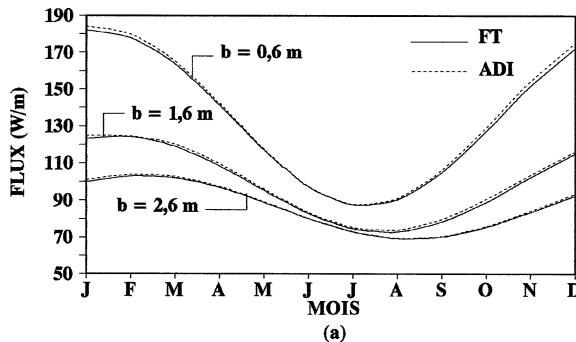


Figure 7. Effet de la profondeur b sur les variations annuelles du flux moyen mensuel total. **a.** Climat froid. **b.** Climat chaud.
Figure 7. Effect of building depth b on the annual variations of the monthly heat flux. **a.** Cold climate. **b.** Hot climate.

est réduit à 6 min 19 s en utilisant la sous-structuration. Les calculs ont été faits sur une station digital 5000/25 de 26,9 MIPS.

4.2. Étude paramétrique

La figure 7 représente les variations annuelles du flux moyen mensuel échangé entre une cavité et le sol pour $\lambda = 1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $\alpha = 6,45 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $h = 8,30 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ et pour différentes valeurs de la profondeur b . Les résultats de cette figure montrent que les échanges de chaleur entre la cellule enterrée et le sol diminuent considérablement lorsque la profondeur b augmente. Cette diminution est plus importante dans le cas du climat froid (figure 7a) que dans celui du climat chaud (figure 7b). En effet, plus b augmente, moins le bâtiment est affecté par les fluctuations annuelles de la température superficielle du sol.

On a représenté sur la figure 8 les variations annuelles du flux moyen mensuel à travers une cavité en climat froid (figure 8a) et en climat chaud (figure 8b), pour

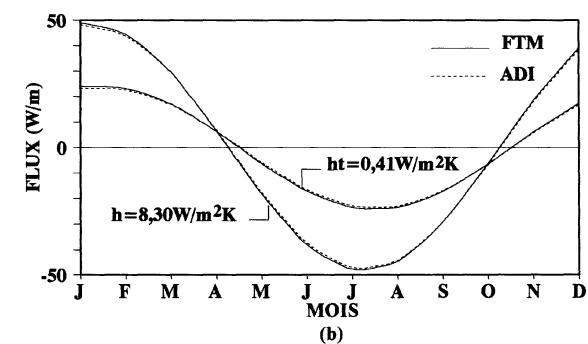
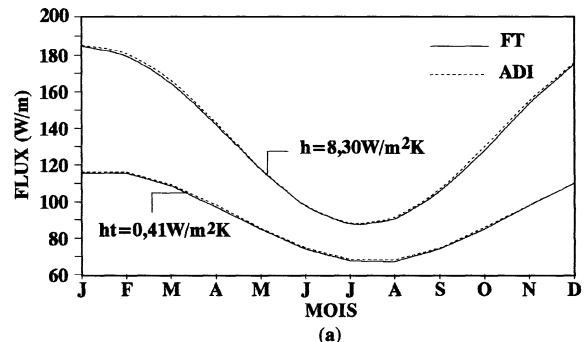


Figure 8. Effet de l'isolation du toit sur les variations annuelles du flux moyen mensuel total. **a.** Climat froid. **b.** Climat chaud.
Figure 8. Effect of ceiling insulation on the annual variations of the monthly heat flux. **a.** Cold climate. **b.** Hot climate.

$\lambda = 1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et $h_t = 0,41 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. Ainsi que le montre cette figure, une forte isolation du toit réduit d'à peu près 50 % les échanges thermiques entre le bâtiment complètement enterré et le sol. En effet, le toit est la paroi la plus exposée aux variations temporaires de la température superficielle du sol. D'autres résultats, non présentés ici, montrent que l'isolation du toit affecte non seulement le flux échangé par ce dernier, mais aussi celui échangé entre le mur et le sol, alors que les échanges de chaleur entre le plancher et le sol restent insensibles à cette isolation.

La figure 9 montre, comme il était prévisible, que l'isolation du plancher ($h_p = 0,41 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$) n'est efficace que dans le cas du climat froid (figure 9a), où le gradient de température entre l'intérieur du local et la nappe phréatique est important; dans le climat chaud, en revanche, cette isolation n'a pas d'effet sur le transfert de chaleur entre le bâtiment et le sol (figure 9b). En effet, le gradient de température est nul dans ce cas; par conséquent, le flux traversant le plancher est pratiquement négligeable.

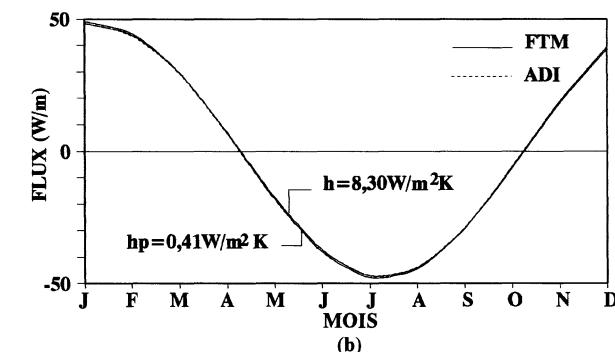
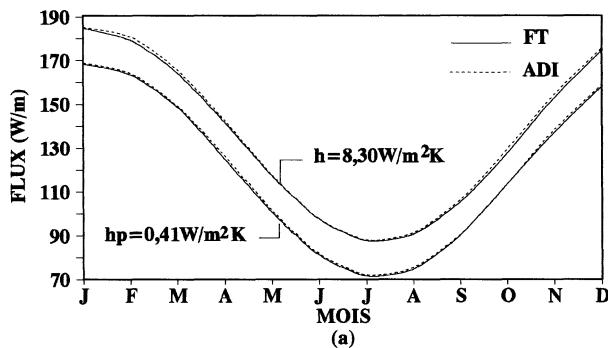


Figure 9. Effet de l'isolation du plancher sur les variations annuelles du flux moyen mensuel total. **a.** Climat froid. **b.** Climat chaud.

Figure 9. Effect of floor insulation on the annual variations of the monthly heat flux. **a.** Cold climate. **b.** Hot climate.

Quant à l'isolation du mur ($h_m = 0,41 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$), elle réduit légèrement les échanges de chaleur entre la cellule et le sol (figure 10). D'autres résultats montrent que l'isolation du mur entraîne une augmentation du flux de chaleur échangé entre le plancher et le sol. Cependant, les échanges entre le toit et le sol ne sont pas affectés par cette isolation. Ce dernier résultat peut être attribué à la forte interaction thermique entre le toit et la surface du sol.

Pour $\lambda = 1,73 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et $h = 8,30 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ (ou $h = 0,41 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$), la figure 11 donne les variations annuelles du flux moyen mensuel pour deux types de sol hétérogènes, formés chacun par un empilement de trois couches dont les propriétés thermophysiques et géométriques sont données dans le *tableau I*. Ces flux sont comparés à ceux obtenus dans le cas d'un sol homogène d'humidité relative moyenne et de propriétés thermophysiques $\lambda = 1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et $\alpha = 6,45 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ (type 3). On constate que les échanges thermiques à travers la cavité sont très influencés par la nature des couches supérieures du sol.

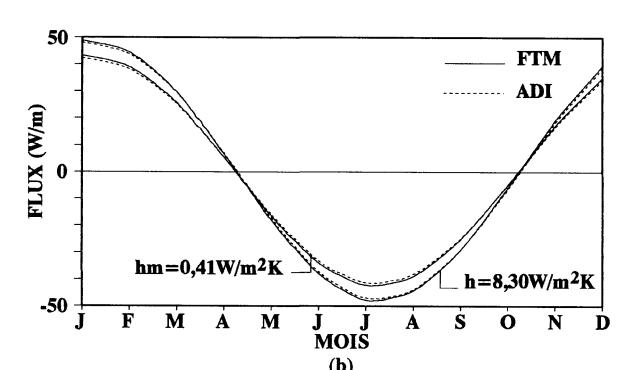
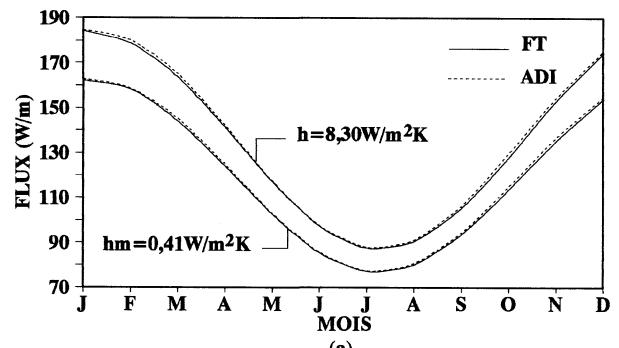


Figure 10. Effet de l'isolation du mur sur les variations annuelles du flux moyen mensuel total. **a.** Climat froid. **b.** Climat chaud.

Figure 10. Effect of wall insulation on the annual variations of the monthly heat flux. **a.** Cold climate. **b.** Hot climate.

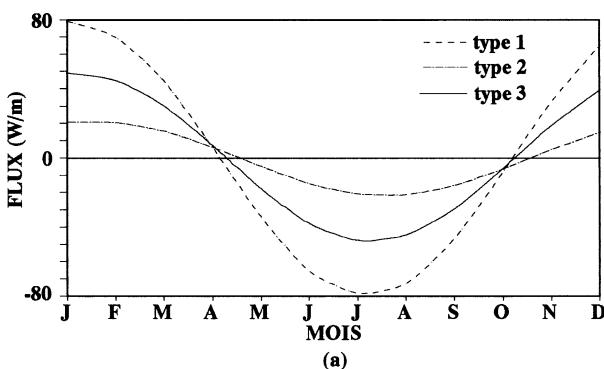
Ceci est dû au caractère bidimensionnel très marqué des transferts de chaleur et au gradient de température important dans cette région.

La figure 12 représente les variations annuelles du flux moyen mensuel pour différentes valeurs de la conductivité thermique λ des parois de la cavité. Cette figure montre que les échanges de chaleur entre la cavité et le sol augmentent considérablement avec λ dans le cas du climat froid (figure 12a). En effet, la variation du flux total perdu par l'habitat en fonction de λ est de l'ordre de 25 %. Mais cette augmentation reste en général faible dans le cas du climat chaud (figure 12b).

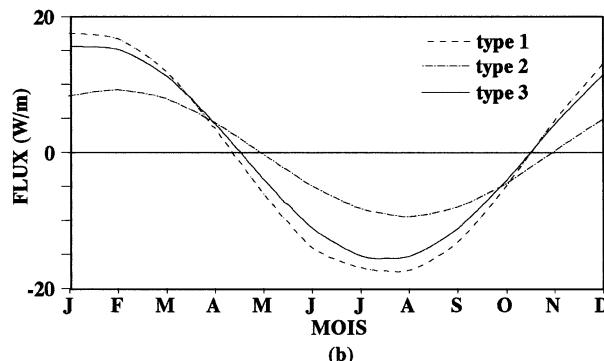
La figure 13, obtenue pour $\lambda = 1,73 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et pour différentes valeurs de l'épaisseur e des différentes parois de la cavité, montre que la variation de celle-ci n'est appréciable que dans le cas du climat froid, où la variation du flux total échangé entre l'habitat et le sol en fonction de e peut atteindre 10 % (figure 13a). Dans le climat chaud, en revanche, cette variation ne dépasse pas 5 % (figure 13b). Ceci est essentiellement dû à la

TABLEAU I / TABLE I
Propriétés géométriques et thermophysiques d'un sol multicouches.
Geometrical and thermophysical properties of multi-layer soil.

Types du sol	λ ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)	α ($\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$)	b (m)
Type (1)	0,285	$1,21\cdot 10^{-7}$	1
	1	$6,45\cdot 10^{-7}$	3
	1,926	$12,1\cdot 10^{-7}$	9
Type (2)	1,926	$12,1\cdot 10^{-7}$	1
	1	$6,45\cdot 10^{-7}$	3
	0,285	$1,21\cdot 10^{-7}$	9



(a)



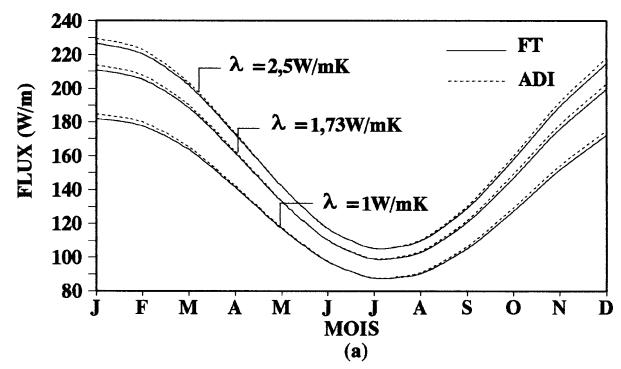
(b)

Figure 11. Variations annuelles du flux moyen mensuel total pour un sol multicouches. a. $h = 8,30 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$. b. $h = 0,41 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$.

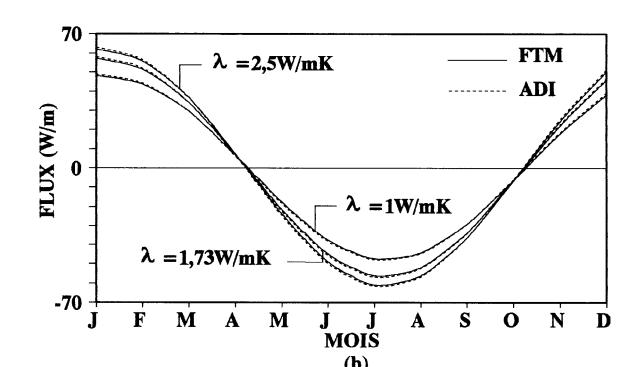
Figure 11. Annual variations of the monthly heat flux for layered soil. a. $h = 8.30 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$. b. $h = 0.41 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$.

prédominance de l'inertie thermique du sol par rapport à celle des parois de la cavité.

Notons finalement que, d'après les différentes figures présentées dans cette étude et qui sont obtenues pour des bâtiments enterrés avec différentes valeurs de λ , e , h et b , les résultats des méthodes FT, FTM et ADI sont en très bon accord.



(a)



(b)

Figure 12. Variations annuelles du flux moyen mensuel pour différentes conductivités. a. Climat froid. b. Climat chaud.

Figure 12. Annual variations of the monthly heat flux for different thermal conductivity. a. Cold climate. b. Hot climate.

5. CONCLUSION

Ce travail permet de conclure que la méthode des fonctions de transfert bidimensionnelles et la méthode des fonctions de transfert multicouches (technique de sous-structuration) ont été adaptées avec succès au cas d'une cavité enterrée. En effet, les résultats obtenus par ces méthodes sont en très bonne concordance avec

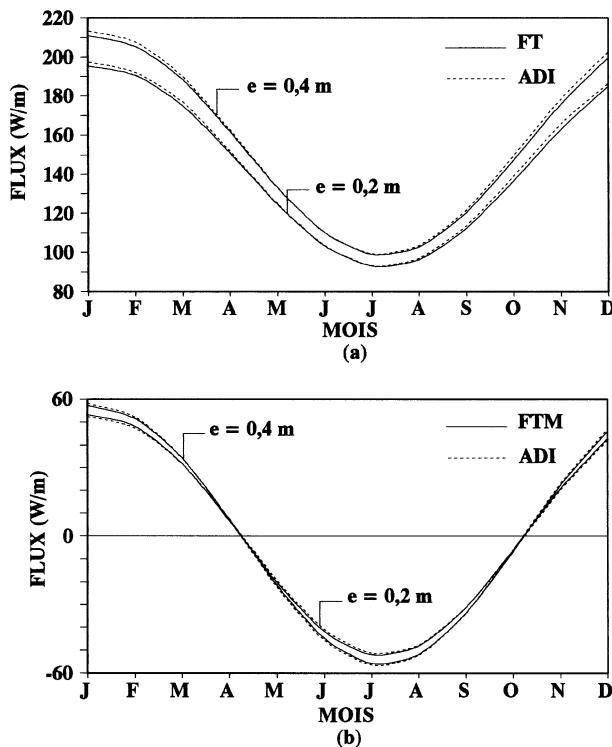


Figure 13. Variations annuelles du flux moyen mensuel pour différentes épaisseurs e . a. Climat froid. b. Climat chaud.

Figure 13. Annual variations of the monthly heat flux for different thickness e . a. Cold climate. b. Hot climate.

ceux de la méthode ADI pour différentes situations ; l'écart relatif sur les différents résultats ne dépasse pas 2 %. L'intérêt de ces deux méthodes réside dans le fait que leurs coefficients sont générés une fois pour toutes et indépendamment des sollicitations thermiques appliquées au système. De plus, la technique des fonctions de transfert multicouches s'avère plus performante, dans la mesure où seules les parties modifiées (variation des propriétés thermophysiques et/ou géométriques) sont affectées par la reprise des calculs. Elle a aussi entraîné un gain appréciable au niveau temps du calcul nécessaire pour la génération des coefficients de la fonction de transfert et a permis d'étudier le comportement thermique de systèmes de grandes dimensions géométriques.

Concernant l'influence de la profondeur du bâtiment, on a constaté que les échanges de chaleur avec le sol sont d'autant plus importants que le bâtiment est moins profond. L'étude de l'isolation des différentes parois de la cellule enterrée nous a montré l'efficacité de l'isolation du toit, puisqu'il est davantage exposé aux variations temporaires de la température superficielle du sol. Enfin, une étude paramétrique sur les effets

de la nature et de l'épaisseur des parois de la cellule enterrée a montré que ceux-ci ne sont appréciables que dans le cas du climat froid, où les pertes de chaleur vers le sol augmentent considérablement en fonction de la conductivité thermique des parois et/ou de leurs épaisseurs. L'étude d'un sol multicouches a montré que les échanges de chaleur à travers le bâtiment enterré sont très influencés par la nature des couches supérieures du sol.

RÉFÉRENCES

- [1] Walton G.N., Estimating 3-D heat loss from rectangular basements and slabs using 2-D calculations, *ASHRAE Trans.* 93 (1987) 791-798.
- [2] Huang Y.J., Shen L.S., Bull J.C., Goldberg L.F., Whole-house simulation of foundation heat flows using the DOE-2.1C program, *ASHRAE Trans.* 94 (1988) 936-957.
- [3] Shen L.S., Poliakova J., Huang Y.J., Calculation of building foundation heat loss using superposition and numerical scaling, *ASHRAE Trans.* 94 (1988) 917-935.
- [4] Akridge J.M., A decremented average ground temperature method for estimating the thermal performance of underground houses, in: Proc. Int. Passive and Hybrid Cooling Conference, American Society of the International Solar Energy Society, Newark, 1981, pp. 141-145.
- [5] Shipp P.H., Broderick T.P., Comparison of annual heating loads for various basement wall insulation strategies using transient and steady-state models, Owens Corning Fiberglass Corporation, Technical Center, Granville, OH, 1982.
- [6] Yard D.C., Gibson M., Mitchell J.W., Simplified relations for heat loss from basements, *ASHRAE Trans.* 90 (1984) 633-643.
- [7] Mitalas G.P., Calculation of basement heat loss, *ASHRAE Trans.* 89 (1983) 420-438.
- [8] Mitalas G.P., Calculation of below grade heat loss-low rise residential building, *ASHRAE Trans.* 93 (1987) 743-783.
- [9] Krarti M., Claridge D.E., Kreider J.F., Two-dimensional heat transfer from earth-sheltered building, *J. Solar Energ. Eng.* 112 (1990) 43-50.
- [10] Shen L.S., Ramsey J.W., A simplified thermal analysis of earth-sheltered buildings using a Fourier-series boundary method, *ASHRAE Trans.* 89 (1983) 438-448.
- [11] Delsante A.E., Stockes A.N., Walsh P.J., Application of Fourier transforms to periodic heat flow into the ground under a building, *Int. J. Heat Mass Tran.* 26 (1983) 121-132.
- [12] Lachenbruch A.H., Three-dimensional heat conduction in permafrost beneath heated buildings, *Geological Survey Bulletin* 1052-B, Washington, DC, US Government Printing Office, 1967.
- [13] Achard G., Beron R., Yezou R., Transferts thermiques entre un bâtiment et le sol, Rapport final ATP, Insa de Lyon, Centre de thermique, 1986.
- [14] Abdelbaki A., Contribution à la modélisation des transferts thermiques à travers le plancher d'un habitat

sur terre-plein, Thèse, faculté des sciences Semlalia de Marrakech, Maroc, 1993.

[15] Abdelbaki A., Zrikem Z., Calcul des coefficients de la fonction de transfert bidimensionnelle d'un plancher sur terre-plein, Société française des thermiciens, Pau, France, 1993.

[16] Seem J.E., Modeling in heat transfer in buildings, thèse, University of Wisconsin, Madison, USA, 1987.

[17] Mokhtari A.M., Étude du comportement des bâtiments en contact avec le sol par l'analyse modale, Thèse, Insa de Lyon, décembre 1988.

[18] El. Biyali A., Réduction des systèmes complexes multi-entrées multi-sorties : application aux singularités thermiques dans les bâtiments, Thèse, faculté des sciences de Tétouan, décembre 1995.

[19] Wiberg D.M., State Space and Linear Systems, McGraw-Hill, New York, 1971, pp. 117-118.

[20] ASHRAE Handbook of Fundamentals, American Society of Heating Refrigeration and Air-Conditioning Engineers, Atlanta, 1981.

Abridged English version

Numerical simulation of heat transfer between an earth-sheltered cavity and the soil: two-dimensional transfer functions method and subdivision

During this decade, scientists and engineers began studying the earth-contact heat transfer in underground buildings because it offers several environmental and energy conserving advantages as an alternative to conventional structures. The high heat capacity of the soil and its thermal insulation value greatly attenuate ambient temperature variations at the surfaces of an earth-sheltered building and somewhat reduce the total energy flows across the envelope of such building. So, several methods were developed. However, the majority of these methods are based on numerical procedures such as finite difference or finite element which are time consuming. Due to the mathematical complexity, the available analytical solutions are limited to oversimplified models. So, this study is made using the transfer functions method (FT) based upon the Seem's algorithm which has been applied successfully to a slab-on-grade floor.

In this work, the two-dimensional transfer functions method is applied to predict the heat transfer from an earth-sheltered building to the surrounding soil and to estimate the thermal performance of such a structure in typical climates. Then, the multi-layer transfer functions method (FTM) that permits the estimation of the heat transfer to a layered soil is presented. This procedure considerably reduces the calculation time required to generate the transfer function coefficients of the studied system. The temperature and the heat flux distributions

obtained by the FT, the FTM and the ADI methods are in very good agreement in the different processed cases. The temperature profiles show that, in both climates, the heat transfer is important near the building and has a two dimensional nature, but it decreases as the x and/or the y distances increase. The variation of the cavity depth b shows that by increasing the depth b , the buried building is progressively less affected by the annual fluctuations of the soil surface temperature. By increasing the ceiling insulation, the heat transfer through a cavity is reduced. This insulation has no significant effect on the heat exchange through either the walls or the floor. Increasing wall insulation reduces heat exchange between the building walls and the soil. It is noticed that a decrease in wall conduction is followed by an increase in floor heat transfer and the ceiling heat transfer is insensitive to this insulation. This result may be attributed to the strong thermal interaction between the ceiling and the soil surface, therefore masking any effect of wall insulation. Here also, the floor insulation has no effect on either walls or ceiling heat transfer except in a cold climate. In fact, in the hot climate, there is no temperature gradient between the floor and the water table. Finally, the effect of the nature and the thickness of the cavity walls is considerable in the cold climate and the heat across the buried building is significantly influenced by the nature of the improved layers of soil.